TEMA
OPERADORES

CONCEPTO: Es un procedimiento matemático que sirve para transformar, sujeto a ciertas reglas, una o varias cantidades en otras; basándonos en el principio de valor numérico; es decir, cambiando letras por números.

OPERADOR: Es un símbolo arbitrario que sirve para representar a una determinada operación matemática y está sujeto a una determinada regla de definición.

OPERACIÓN MATEMATICA: Consiste en la asociación de una pareja de números para obtener uno nuevo que es resultado de la operación. La adición, sustracción, multiplicación y división son ejemplos de operaciones matemáticas. Se pueden definir **"nuevas operaciones"** asignándoles un operador que las distinga de las que ya conocemos, empleándose por lo general un asterisco (*) o cualquier otro símbolo. No debemos olvidar que cada "nuevo" operador debe acompañarse de la regla o ley de formación que la define.

ESTRUCTURA:

Operador

$$\underbrace{a \overset{\downarrow}{*} b}_{\text{Operación binaria}} = \underbrace{a + b + ab}_{\text{Ley de formación}}$$

Ejemplo 1:

Si se define la operación a ♥ b según la regla siguiente:
a ♥ b = a + b + 2ab
Hallar: 3 ♥ 5

Resolución:

Para operar 3 ♥ 5 ; reemplazamos a = 3 y b = 5; en la regla de definición dada:

⇒ 3 ♥ 5 = 3 + 5 + 2(3 x 5)
= 8 + 2(15) = 8 + 30 = **38**

- **NOTA*:***

Si se trata de operar (1 ♥ 2) ♥ 4, se procede por partes y desde los símbolos de colección; es decir, empezando por la pareja entre paréntesis.

OPERACIONES DEFINIDAS POR TABLAS:

En lugar de una ley de formación, para obtener el resultado, la operación binaria puede presentar estos resultados en una tabla.

Ejemplo 2: Dada la tabla

*	7	5	2
3	7	5	4
8	8	3	1
9	10	1	2

Hallar: [(8 * 7) * 5] * 2

Resolución:

Partimos de la operación binaria a * b de modo que el primer elemento se ubica en la primera columna y el segundo elemento en la primera fila.

Por lo que el resultado de 8 * 7 se ubica en la intersección de estos números.

*	7		
	↓		
8 →	8		

Es decir que: $8 * 7 = 8$
$\Rightarrow$ nos queda $(8 * 5) * 2$
Procediendo de manera semejante, tenemos que $8 * 5 = 3$
Finalmente: $3 * 2 = \mathbf{4}$

Ejemplo 3:

Se define la operación $a \nabla b$, según la tabla adjunta.

∇	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	3	4	5
3	3	4	5	6
4	4	5	6	7

Hallar:
$(4 \nabla 7) \nabla (6 \nabla 3)$

Resolución:

En la tabla no encontramos el resultado para $4 \nabla 7$; pero como los elementos distribuidos en el interior de la tabla son resultados de una ley de formación para una operación binaria, nuestra tarea será ahora hallarla.

De la tabla observamos que:

$1 \nabla 3 = 3$ que proviene de $1 + 3 - 1$
$2 \nabla 4 = 5$ $\quad 2 + 4 - 1$
$4 \nabla 3 = 6$ $\quad 4 + 3 - 1$

Generalizando:

$\mathbf{a \nabla b = a + b - 1}$

$\Rightarrow$ $4 \nabla 7 = 4 + 7 - 1 = 10$
$6 \nabla 3 = 6 + 3 - 1 = 8$

Finalmente: $10 \nabla 8 = 10 + 8 - 1 = \mathbf{17}$

OPERACIONES COMO FUNCIONES:

Probablemente se recordará la típica frase "f de x"; de ciertas tareas escolares, que usualmente escribimos "f(x)"; esta notación es la función.

No parece evidente pero cada operador es una función en la que empleamos x para indicar lo que ingresa como dato y f(x) para indicar lo que se obtiene (el resultado)

Así, la operación:

$$\boxed{x} = 2x^2 + 1$$

Se puede escribir:

$$f(x) = 2x^2 + 1$$

Del mismo modo:

$$X\#Y = \frac{3X - 2Y}{5}$$

Se puede escribir:

$$f_{(X,Y)} = \frac{3X - 2Y}{5}$$

Ejemplo 4:

Si definimos:
$f(x) = 2x^2 + 1$
Hallar: $f(1) + f(0)$

Resolución:

Por comparación hacemos que:
Si $x = 1 \Rightarrow f(1) = 2.1^2 + 1 = 3$
Si $x = 0 \Rightarrow f(0) = 2.0^2 + 1 = 1$
Luego: $f(1) + f(0) = 3 + 1 = \mathbf{4}$

Ejemplo 5:

Si $F_{(2x + 1)} = x - 1$
Hallar: $F_{(3x - 2)}$

Resolución:

En este tipo de problemas seguiremos el siguiente procedimiento:

-Igualamos los dos argumentos
$2x + 1 = \mathbf{3x - 2}$
-Despejamos el "x" que nos dan en función de la **"x"** que nos piden
$2x = \mathbf{3x - 3}$

$$x = \frac{3x-3}{2}$$

-Finalmente, reemplazamos en la función que nos dan

Es decir:

$$F_{(3x-2)} = \frac{3x-3}{2} - 1 = \frac{3x-5}{2}$$

OPERACIONES COMPUESTAS

Consiste en combinar dos o mas operadores, con sus respectivas leyes de formación, incluyendo en una de ellas una operación desconocida; la cual hay que definirla empleando las operaciones dadas.

Ejemplo 6:

$$\boxed{a} = a(a + 24)$$

$$\boxed{\triangle x} = 4x - 40$$

Calcular $\triangle 23$

Resolución:

Al no tener definida la operación triángulo, debemos despejar de la segunda expresión, aplicando la primera; es decir:

$$\boxed{\triangle x} = \triangle x \left(\triangle x + 24\right)$$

Pero por definición de la segunda operación, tenemos:

$$4x - 40 = \triangle x \left(\triangle x + 24\right)$$

$$(\triangle x)^2 + 24\, \triangle x = 4X - 40$$

$$(\triangle x)^2 + 24\, \triangle x + 144 = 4X - 40 + 144$$

$$\triangle x + 12 = \sqrt{4X + 104}$$

$$\triangle x = 2\sqrt{X + 26} - 12$$

⇒ Aplicando la regla de formación de esta nueva operación:

$$\triangle 23 = 2\sqrt{23 + 26} - 12 = 2 \times 7 - 12$$

$$\triangle 23 = \mathbf{2}$$

OPERACIONES BINARIAS

Consiste en la asociación de un par de elementos de un conjunto para obtener uno nuevo, que es resultado de la operación.

Pueden emplearse diferentes signos para indicar una operación binaria; las más usadas son: *; #.

*Cuando el resultado de la operación es un elemento del conjunto de partida se dice que el conjunto es cerrado (C) respecto a la operación definida; en caso contrario se dice que el conjunto es abierto (A) respecto a la operación.

Ejemplo:

en el campo de IN

$3 + 4 = 7 \in$ IN → C

$3 - 4 = -1 \notin$ IN → A

$3 \times 4 = 12 \in$ IN → C

$3 \div 4 = 0{,}75 \notin$ IN → A

*** Propiedades:**

1. **Conmutativa**: $\forall$ a,b $\in$ M

a*b = b*a

2. **Asociativa**: $\forall$ a,b,c $\in$ M

(a*b)*c=a*(b*c)

3. **Distributiva**: $\forall$ a,b,c $\in$ M

a*(b#c) = (a*b) # (a*c)

En este caso la operación * es distributiva respecto a la operación #

4. **Elemento neutro**

$\forall$ a $\in$ M $\exists$ e/a* e = a

e : elemento neutro

- En el caso de la adición
  e = 0 $\Rightarrow$ a + 0 = a

- En el caso de la Multiplicación
  e = 1 $\Rightarrow$ a x 1 = a

5. Elemento inverso

$\forall$a $\in$ M $\exists$ a^{-1}/a *a^{-1} = e

a^{-1} : Elemento inverso

En el caso de la adición.

$a^{-1} = -a \quad \Rightarrow \quad a+(-a) = 0$

En el caso de la multiplicación

$$a^{-1} = \frac{1}{a} \quad \Rightarrow \quad a.\frac{1}{a} = 1$$

Ejemplo 7:

Se define la operación * mediante la sgte. tabla:

*	a	b	C	d
a	c	d	A	b
b	d	a	B	c
c	a	b	C	d
d	b	c	D	a

Hallar "x" en: $a^{-1} * b^{-1} = x * c$

Resolución:

1º Calculamos el elemento neutro

a * $\square$ = a $\Rightarrow$ $\square$ = c

2º Marcamos en la tabla **c**

*	a	b	c	d
a	**c**	d	a	b
b	d	a	b	**c**
c	a	b	**c**	d
d	b	**c**	d	a

3º Hallamos los inversos respectivos

a^{-1} = a

b^{-1} = d

c^{-1} = c

d^{-1} = b

$\Rightarrow a^{-1}*b^{-1} = x * c$

$a*d = x * c$

$b = x * c$

$\therefore \mathbf{x = b}$

Ejemplo 8:

Si se define la operación mediante la tabla adjunta

*	5	6	7
5	5	6	7
6	6	7	5
7	7	5	6

Hallar: $(5^{-1} * 6^{-1}) * 7$

Resolución

1º Calculamos el elemento neutro

$5 * \square = 5 \Rightarrow \square = 5$

2º De la tabla obtenemos los inversos de 5 y 6

$5^{-1} = 5$

$6^{-1} = 7$

$\Rightarrow (5^{-1} * 6^{-1}) * 7 = (5*7) * 7$

$(5*7) * 7 = 7 * 7 = \mathbf{6}$

EXAMENES DE ADMISION

1. Si: m#n=3n-5m,

Halle: (2#3)#(4#6)

A) 0 B) -1 C) 1
D) 11 E) -11

RESOLUCIÓN

2#3=3(3) -5(2)=-1
4#6=3(6)-5(4)=-2
(-1)#(-2)=3(-2)-5(-1)=-1

RPTA.: B

2. Si:

$p * q = (p - q) / 2$, cuando p>q;
$p * q = (q - p) / 3$, cuando p<q;
Halle: (11*7) * (5*8)

A) 0,5 B) 1 C) -1,5
D) 1,5 E) 3

RESOLUCIÓN

$$11 * 7 = \frac{11-7}{2} = 2$$

$$5 * 8 = \frac{8-5}{3} = 1$$

$$2 * 1 = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2} = 0,5$$

RPTA.:A

3. Si: $a * b = 3a+2b+1$,
$a\#b = a^2 - ab + b^2$,
Halle: "n" en:
$4\#n = 2 * n$

A) -3 B) 3 C) 6
D) 9 E) 4

RESOLUCIÓN

4#n=2 * n

$4^2 - 4n + n^2 = 3(2) + 2n + 1$

$n^2 - 6n + 9 = 0$

n -3
n -3

n=3

RPTA.: B

4. En la tabla:

*	a	b	c
a	a	b	c
b	b	a	c
c	c	c	a

Reducir:

$$E=\frac{((a*b)*c)*a}{a*(b*c)}$$

A) a B) 0 C) b
D) c E) 1

RESOLUCIÓN

$$E=\frac{[(a*b)*c]*a}{a*(b*c)}$$

$$E=\frac{(b*c)*a}{a*c}=\frac{c}{c}=1$$

RPTA.: E

5. Si: $\boxed{x}=x^2-1$

$\boxed{\otimes}$ = x(x+2)

Halle:
E=3 ④ -2 ⑥

A) 0 B) -1 C) 1
D) 2 E) -2

RESOLUCIÓN

$\boxed{\otimes}=ⓧ^2-1=x(x+2)$

ⓧ =x + 1

④ = 4 + 1 = 5

⑥ = 6 + 1 = 7

∴ E = 3(5) – 2 (7) =1

RPTA.: C

6. $\sqrt{a}@b^3=a-b^2$

Halle: $E=(4@27)\left(6\sqrt{2}@512\right)$

A) 53 B) 45 C) 41
D) 14 E) 22

RESOLUCIÓN

$4@27=\sqrt{16}@3^3=16-3^2=7$

$6\sqrt{2}@512=\sqrt{72}@8^3=72-8^2=8$

$\Rightarrow\ E=7@8=\sqrt{49}@2^3=49-2^2=45$

RPTA.: B

7. Si: $f(n)=(n+1)/(n-1)$

Halle: $E=\underbrace{f(\ldots f(f(f(n)))\ldots)}_{678\text{ operadores}}$

A) n B) 2n
C) n^2 D) $(n+1)/(n-1)$
E) $(n-1)/(n+1)$

RESOLUCIÓN

De adentro hacia afuera:

1º Op$\rightarrow f_{(n)}=\dfrac{n+1}{n-1}$

2º Op$\rightarrow f(f_{(n)})=\dfrac{\frac{n+1}{n-1}+1}{\frac{n+1}{n-1}-1}=\dfrac{2n}{2}=n$

3º Op $\rightarrow f(f(f_{(n)}))=f_{(n)}=\dfrac{n+1}{n-1}$

⋮

678 Op; como es par → E=n

RPTA.: A

8. Si:

$\sqrt{a}\#b^2=2\left(\sqrt{b}\#a^2\right)-ab$

Halle:

$$x=\frac{3^{1/4}\#2}{\sqrt{6}}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) $\sqrt{2}$ E) 0

RESOLUCIÓN

$\sqrt{a}\#b^2=2\left[2\left(\sqrt{a}\#b^2\right)-ba\right]-ab$

$\sqrt{a}\#b^2=4\left(\sqrt{a}\#b^2\right)-2ba-ab$

$3\left(\sqrt{a}\#b^2\right)=3ab\Rightarrow\sqrt{a}\#b^2=ab$

$\sqrt[4]{3}\#2=\sqrt{\sqrt{3}}\#\left(\sqrt{2}\right)^2$

de "x": $\sqrt[4]{3}\#2=\sqrt{3}\times\sqrt{2}=\sqrt{6}$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = 1$$

RPTA.: A

9. Si: $F_{(x+1)} = F_{(x)} + 3x - 2$

$F_{(0)} = 1$; Halle $F_{(2)}$

A) 2 B) 1 C) 0
D) -1 E) 4

RESOLUCIÓN

$$F_{(2)} = F_{(1+1)} = F_{(1)} + 3(1) - 2$$
$$F_{(2)} = F_{(1+1)} = F_{(1)} + 1 \ldots\ldots.(I)$$
$$F_{(1)} = F_{(0+1)} = F_{(0)} + 3(0) - 2$$
$$F_{(1)} = F_{(0+1)} = F_{(0)} - 2$$

Cómo $F_{(0)} = 1 \rightarrow F_{(1)} = -1$

Reemplazando en (I):

$$F_{(2)} = -1 + 1 = 0$$

RPTA.: C

10. Si se define:

A&B= $AB^2(A+2)$

Además: A=x+3 y B=x+k

Halle: K>0, si el término independiente de A&B es 60.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

RESOLUCIÓN

$$A\&B = (x+3)(x+k)^2\left[(x+3)+2\right]$$
$$A\&B = (x+3)\left(x^2+2kx+k^2\right)(x+5)$$
$$A\&B = \left(x^2+8x+15\right)\left(x^2+2kx+k^2\right)$$
$$15k^2 = 60$$
$$k = 2$$

RPTA.: B

11. Sabiendo que:

*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	3	4	5
3	3	4	5	6
4	4	5	6	7

Halle: $(6*7)*(3*5)$

A) 15 B) 17 C) 18
D) 20 E) 16

RESOLUCIÓN

De tablas se obtiene:

$$1*2 = 2 = (1+2)-1$$
$$2*3 = 4 = (2+3)-1$$
$$4*3 = 6 = (4+3)-1$$
$$\Rightarrow \quad 6*7 = (6+7)-1 = 12$$
$$3*5 = (3+5)-1 = 7$$
$$\therefore \quad 12*7 = (12+7)-1 = 18$$

RPTA.: C

12. Se define en A=$\{a,b,c,d\}$, la siguiente operación:

*	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

Halle: $E = \left[\left(d*a^{-1}\right)^{-1} * b^{-1}\right]^{-1}$

A) a B) b C) c
D) d E) e

RESOLUCIÓN

* Cálculo del elemento neutro (e): de la tabla: e=a

e ↓

*	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

* Cálculo de elemento inverso $\left(a^{-1}\right)$; para cada letra

$$a^{-1}=a \qquad c^{-1}=c$$
$$b^{-1}=d \qquad d^{-1}=b$$

$$\rightarrow \quad E=\left[(d*a)^{-1}*d\right]^{-1}$$

$$E=\left[d^{-1}*d\right]^{-1}=(b*d)^{-1}$$

$$E=a^{-1}=a$$

RPTA.: A

13. Se define en $A=\{a,b,c\}$ la siguiente operación:

*	a	b	c
a	b	c	a
b	c	a	b
c	a	b	c

¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?
I. Si: (b*x) (b*c)=(c*a)*b
$\rightarrow$ x = a
II. Se cumple la propiedad de clausura
III. Se cumple la propiedad conmutativa
IV. El elemento neutro es "b"
V. a^{-1} = b

A) I, II, IV   B) II, III, IV
C) II, III, V   D) II, IV, V
E) Todas

RESOLUCIÓN

I. $(b*x)*(b*c)=(c*a)*b$
$(b*x)*b=a*b$
$(b*x)*b=c$
$b*x=a$
$x=b \quad \rightarrow F$
II. Sí se cumple la propiedad de clausura. $\rightarrow V$
III. Sí se cumple la propiedad asociativa $\rightarrow V$
IV. El elemento neutro es "C" $\rightarrow F$
V. $a^{-1}=b \quad \rightarrow V$

RPTA.:C

14. Se define: $a*b=a+b-4$
Calcule: $\left(3^{-1}*2^{-1}\right)*4^{-1}$
a^{-1} es el elemento inverso de a

A) 4   B) 5   C) 6
D) 7   E) 8

RESOLUCIÓN

***** Cálculo del elemento neutro "e":
a∗e=a
a +e - 4 = a
e = 4
* Cálculo del elemento inverso "a^{-1}":
$a*a^{-1}=e$
$a+a^{-1}-4=4$
$a^{-1}=8-a$
$3^{-1}=8-3=5$
$2^{-1}=8-2=6$
$4^{-1}=8-4=4$

$$\Rightarrow \left(3^{-1}*2^{-1}\right)*4^{-1}=(5*6)*4$$
$$\left(3^{-1}*2^{-1}\right)*4^{-1}=(5+6-4)*4$$
$$\left(3^{-1}*2^{-1}\right)*4^{-1}=7*4=7+4-4=7$$

RPTA.: D

EXAMENES DE ADMISION

15. si: a%b=a+ab+b
a∆b= a^2+ab-b^2
Calcular: (2%4) %(3∆2)
a) 124 **b)** 168 **c)** 153 **d)** 160 **e)** 179

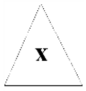
16. Se define

*	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

Hallar "x" en :
(3*2)*(x*x)=(2*4)*(4*3)

a) 2   **b)** 3   **c)** 4
d) 1   **e)** a y c son correctas

17. Si:


$= x^2 - 5$

Hallar:

a) 134 **b)** 345 **c)** 116 **d)** 153 **e)** 351

18. se define los siguientes operadores:

a θ b$=\begin{cases} a^2\sqrt{b^3}; si: a \neq b \\ 2a+b; si: a = b \end{cases}$

a # b= $a^2.b^2$

Entonces el valor de:

N= $=\left[\dfrac{(1\theta 1)\theta(\sqrt{3}\theta 1)}{4\theta 4}\right]$#4

Es igual a:

a) 9/16 **b)** 9 **c)** 16/9 **d)** 16 **e)** 4/3

19. Si: x*y=x-y+2(y*x)
Hallar: M=12*3
a) 2 **b)** 1 **c)** -1 **d)** 5 **e)** 3

20. Dados los operadores. Hallar lo que se indica:

x = $3x-2$

$\boxed{x}$ = $x+1$

$\boxed{3}$

a) 2 **b)** 11 **c)** 0 **d)** 4 **e)** 1

21. Se define en R : a*b=ab

Calcule $E = \left[\left(3^{-1} * 2^{-1}\right) * \left(4^{-1} * 5^{-1}\right)\right]^{-1}$

Dónde : a^{-1}: elemento inverso de a

a) 123 **b)** 115 **c)** 165 **d)** 120 **e)** 146

22. sabiendo que: aΔb= $a^2 + 2b$
Además: (m*n)= (mΔn)+1
Calcular: M=7*(5*(4*3))
a) 70 **b)** 194 **c)** 250 **d)** 36 **e)** 195

23. Siendo $a \otimes b = a^3 + 2a$
Hallar: $E = 3 \otimes (4 \otimes (5 \otimes ...(19 \otimes 20)))$
a) 32 **b)** 36 **c)** 34 **d)** 33 **e)** 35

24. Sea "x" un numero entero ,si:

X = $X^3 + 1$

$\boxed{X}$ $= X^2 + 2X$

$\boxed{a}$ = 0

Hallar: a+5
a) 4 **b)** 3 **c)** 2 **d)** 7 **e)** 1

25. Si: $f_{(2x+1)} = \sqrt{x+3+\sqrt{3x+10}}$
Calcular la raíz cuadrada de: $f_{(5)} + 13$
a) 4 **b)** 12 **c)** 7 **d)** 3 **e)** 5

26. Si: $\sqrt[3]{x} * \sqrt{y} = x^3 + y^2$,calcular :2*3
a) 593 **b)** 81 **c)** 13 **d)** 512 **e)** 276

27. Si: m*n=(2n)^2 -3m
Hallar: E= $\sqrt{4*\sqrt{4*\sqrt{4*...\infty}}}$
a) 1 **b)** 2 **c)** 3 **d)** 4 **e)** 6

28. Si: $\boxed{a}$ =(a+1)^2 ,a$\in \Re^+$,hallar "x"

$\boxed{\boxed{\boxed{x}}}$ =100

a) $\sqrt{2}+1$ **b)** $\sqrt{2}$ **c)** $\sqrt{3}$
d) $\sqrt{2}-1$ **e)** $\sqrt{5}$

29. Se define: $\boxed{x+5}$ = $\boxed{x}$-1
Calcular: $\boxed{24}$ Si $\boxed{9}$2

a) 4 **b)** 5 **c)** 8 **d)** 6 **e)** 10

30. Se define el operador: "*" que cumple: $a^3 * \sqrt[3]{b} = 3(b^3 * \sqrt[3]{a}) - 4a$
Calcular: 8*2
a) 2 **b)** 4 **c)** 13 **d)** 1 **e)** 11

31. Si:
108*36=117
121*98=157
256*47=270
Hallar: 72*84
a) 88 **b)** 77 **c)** 66 **d)** 44 **e)** 55